# トルク配分を考慮した四脚歩行ロボットの最短時間制御

Time Optimal Control for Quadruped Walking Robots considering leg torque distribution

長谷川 悠史 (中央大)	大隅 久 (中央大)	石橋 武則 (中央大)
梅田 和昇 (中央大)	上田 隆一 (東京大)	新井 民夫 (東京大)

 Yuji HASEGAWA<sup>\*</sup>, Hisashi OSUMI, Takenori ISHIBASHI, Kazunori UMEDA, Ryuichi UEDA, Tamio ARAI
 \* Department of Precision Mechanics, Faculty of Science and Engineering, Chuo University, 1-13-27, Kasuga, Bunkyo-ku, Tokyo 112-8551, Japan

Time optimal control method for quadruped walking robots is developed and installed into a practical robot system. Swinging leg is modeled as a two link manipulator whose time optimal control theory has already been established by Bobrow. However, in legged robot systems, supporting legs support their body weight, and the reaction forces from its ground must be inside of their friction corn. Moreover, the ZMP(zero moment point) of the robot is constrained for stable walk. Therefore, time optimal control inputs must be designed considering these constraints. SONY ERS-7 is used as a quadruped walking robot and a fundamental experiment is done. From the experimental results, the effectiveness of the developed control algorithm is verified.

Key Words: quadruped walking robot, time optimal control, RoboCup

#### 1. 緒 言

脚ロボットにおける歩行の高速化は,ロボットを利 用した作業効率の向上にとって重要な課題である.と ころが,歩行研究の多くは歩行の安定性,不整地への 適応性を高める目的のものがほとんどであり<sup>(2),(3)</sup>,ロ ボット自身のアクチュエータの限界を考慮して高速歩 行を論じた研究はない.そこで筆者らは,ロボット胴 体部を一定姿勢のまま水平に動かすための軌道におい て,アクチュエータのトルク限界,脚先での滑り条件 を考慮した最速歩行を,Bobrowにより示されたマニピ ュレータの最短時間制御を応用して求めている<sup>(4),(5)</sup>. これをSONY製の四足歩行ロボットERS-7 に適用し,最 速歩行を実現した.しかし,得られた平均最高速度は 実際に試行錯誤により実現された歩行速度と比較して およそ 50%程度でしかない.

従来研究<sup>(1)</sup>では,胴体部の姿勢を一定とし,歩行中 の胴体にヨーモーメントが発生しないよう,前後支持 脚に同じ大きさの推進力を発生させるという拘束条件 を課した.その結果,加速の限界が前脚の膝関節の発 生トルクにより制限され,後脚の発生トルクには十分 なゆとりがあるにもかかわらず,それを加速に利用す ることができなかった.しかし,後脚の推進力を前脚 よりも大きくしても,脚先の滑りが発生しなければ, 胴体にはヨー方向の回転は発生しない.そこで本研究 では,ロボットの推進力が大きくなるように前後支持 脚のトルク配分の変更を考慮して,四脚歩行ロボット の最短時間制御の実現を図る.

## 2. 四脚歩行ロボットの動力学モデル 2.1 運動学モデル

ERS-7 の運動学モデルを Fig.1 に示す.Fig.1 は支持脚のみが示されており,遊脚は省略されている.本研究では,前後支持脚が対角線に位置し,交互に支持脚が入れ替わるトロット歩容を用いる.なお,胴体部の質量に比べ各脚の質量は小さいので,遊脚の胴体部への動力学的影響を無視している.

参照座標∑<sub>w</sub>を後脚と地面との接触点にとる. 重心 は水平線上を移動することとし,胴体部の姿勢も歩行 中は常に一定とする.



Fig.1 Kinematic model of quadruped walking robot

#### 2.2 動力学モデル

Fig.1 で示したモデルから,支持脚の動力学運動方程 式は式(1)のように表すことができる.

$$\boldsymbol{\tau}_{sp} = \mathbf{H}_{s} (\boldsymbol{\theta}_{sp}) \boldsymbol{\ddot{\theta}}_{sp} + \mathbf{h}_{s} (\boldsymbol{\theta}_{sp}, \boldsymbol{\dot{\theta}}_{sp}) + \mathbf{J}_{sp}^{T} \mathbf{F}_{f} + \boldsymbol{\Gamma}_{sp} \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\dot{\theta}}_{sp}) + \boldsymbol{\Gamma}_{spc} \boldsymbol{\dot{\theta}}_{sp}, \boldsymbol{\theta}_{sp} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{rp} & \boldsymbol{\theta}_{r1} & \boldsymbol{\theta}_{r2} & \boldsymbol{\theta}_{f1} & \boldsymbol{\theta}_{f2} \end{bmatrix}^{T} \boldsymbol{\tau}_{sp} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\tau}_{r1} & \boldsymbol{\tau}_{r2} & \boldsymbol{\tau}_{f1} & \boldsymbol{\tau}_{f2} \end{bmatrix}^{T}$$
(1)

ここで、慣性行列 $H_s$ ,非線形項 $h_s$ ,モータ回転軸回 りのクーロン摩擦トルク $\Gamma_{sp}$ ,各モータの減衰係数行 列 $\Gamma_{spc}$ ,地面から前脚先端に受ける反力ベクトル $F_f$ を 示している.

胴体軌道は水平な線なので,各脚の関節角度は,胴 体重心の前後脚中点からの距離sと高さhで表すこと ができる.これにより関節角度ベクトルのの全ての要 素がパラメータsによって表現できる.

ロボットのアクチュエータは DC サーボモータを利 用するので,入力電圧と出力電圧の関係式は以下のようになる.

 $\mathbf{V}_{sp} = \mathbf{K}_{E} \dot{\mathbf{\theta}} + \mathbf{R}_{a} \mathbf{K}_{T}^{-1} \boldsymbol{\tau}_{sp}$ (2) 電源の供給電圧の最大値 $V_{sp \max}$ ,最小値 $V_{sp \min}$ とする とモータへの印加電圧 $V_{sp}$ は式(3)に制限される.

 $\mathbf{V}_{sp \min} \leq \mathbf{V}_{sp} \leq \mathbf{V}_{sp \max}$  (3) 式(2)に式(1)を代入し, $\theta_s$ の全ての要素をパラメータ*s* によって表現すると,

$$\mathbf{V}_{sp} = \mathbf{c}_{sp1}(s)\ddot{s} + \mathbf{c}_{sp2}(s,\dot{s}) \tag{4}$$

と、*V*<sub>sp</sub>をsの加速度成分とそれ以外の項の和として表すことができる.

同様に,遊脚の関節角度は肩関節から見た脚先の水 平方向位置<sub>S</sub>で表すことができ,式(5)と同様に電圧を 入力とした運動方程式は式(5)と表現することができ る.

$$\mathbf{V}_{sw} = \mathbf{c}_{sw1}(s_s)\ddot{s}_s + \mathbf{c}_{sp1}(s)\ddot{s} + \mathbf{c}_{sw2}(s_s, \dot{s}_s) \qquad (5)$$

## 2.3 トルク配分の考慮

Fig.1 のようにベース反力を $F_b$ とすると $F_f$ と $F_b$ のx 方向成分である $F_{fx}$ と $F_{bx}$ が胴体部の推進力となる. この時のトルク配分率 $\alpha$  (0 ≤  $\alpha$  ≤ 1)とすると,力のつり合いは,

 $F_{fx} + F_{bx} = M\ddot{r}_{gx}$   $F_{fx} : F_{bx} = (\alpha - 1) : \alpha$ (6)
(7)

のように表すことができる . $\alpha$ が1/2以外の値をとると, 胴体にはヨーモーメントが発生するので,前後支持脚 先ではそれぞれ+z,-z方向にヨーモーメントを打ち消 す力 $F_z$ が発生する.これは

$$F_{z} = \frac{r_{1}}{2r_{0}} (2\alpha - 1)M\ddot{r}_{gx}$$
(8)

と表すことができる .ただしr<sub>0</sub>は脚先のx方向距離 ,r<sub>1</sub>は y方向の距離を表す .

支持脚において地面より受ける摩擦の拘束条件は

$$-\mu F_{by} \leq \sqrt{F_{bx}^{2} + F_{z}^{2}} \leq \mu F_{by} -\mu F_{fy} \leq \sqrt{F_{fx}^{2} + F_{z}^{2}} \leq \mu F_{fy}$$
(9)

となる.ここで, μは地面と脚先の最大静止摩擦力である.式(6)の推進力が最大となるようにαを決定することで,最短時間制御指令が求まる.

#### 3. 胴体部加速度軌道の生成

ロボットが転倒しないように歩行するには,歩行中 に ZMP が支持脚の接触点が形成する多角形の内部に 存在する必要がある.この条件を Fig.2 に示すと明らか なように, *s* は *s* により

$$\ddot{s} = \frac{g}{h}s\tag{10}$$

と表され,この特性方程式を解くと,

$$s = C(e^{\sqrt{\frac{g}{h}t}} + e^{-\sqrt{\frac{g}{h}t}})$$
<sup>(11)</sup>

が得られる.故に,歩行の半周期のs - s面における軌 道は Fig3 のように左右対称となる.支持脚から遊脚へ の切替点のsの値 $s_i \ge s = 0$ における速度の値 $s_0$ が決定 されれば, sの軌道は一意に決定される.



Fig.2 Relationship between parameter S and  $\ddot{S}$ 



Fig.3 Trajectory shape in  $s - \dot{s}$  phase plane

#### 4. 支持脚の最適時間制御

4.1 S-S面における入力と摩擦による拘束条件

2章より, s-s-s空間において,ある脚先位置で前脚,後脚が出すことができる最大加速度を求める.Fig.4に,今回の拘束条件において得られた,全ての拘束条件を満足する領域を示す.この拘束面の奥側の領域が実現可能な領域である.トルク配分は =0.9の場合となっており,従来研究で前提としてきた =0.5と比較し,約 50%の速度向上が確認された.



Fig.4 Region in  $s - \dot{s} - \ddot{s}$  space satisfying constraints

## 4.2 *s*-*s*-*s* 空間での最短時間軌道

式(11)の軌道を *s* - *s* - *s* 空間で表すと,その形は,*s*, *s* 軸に対称で,*s* に比例した Fig.5 のような軌道を表す. この軌道が Fig.4 に示された領域中に存在すれば,その 歩行は実現可能となる.

高速歩行のためには, s=0 における通過速度 s<sub>0</sub>がで きるだけ大きいほうが良い.しかし, śo や歩幅を大き くしすぎると,胴体軌道がFig.4に示した奥側の領域を 飛び出してしまう .Fig.6 は歩幅と $s_a$ との関係を表した 図である.曲線の下側が実現可能な領域を表す.例と して s=0 のとき初期速度 s, を図のようにとると, この 点を中心として式(9)の軌道を描くことができる.ただ し境界の下側にある部分の軌道のみが実現可能である ので、これにより実現可能な最大の歩幅が決定される. しかしs。が境界の近くにあると,軌道がすぐに境界と ぶつかるため,歩幅が非常に小さくなる.このため, 得られる胴体軌道は速度が速く、しかもすぐに遊脚と 支持脚を切り替える必要があり, 遊脚に要求される運 動が実現不能となってしまう.そこで得られた軌道が 遊脚にとっても実現可能であるか調べ、もし不可能な 場合には速度 s。を少し小さくする.そして遊脚で実現 可能な最大の s, を見つけることで, 最速歩行が実現で きる.



Fig.5 Trajectory shape in  $s - \dot{s} - \ddot{s}$  space

#### 5. 遊脚の最短時間制御

遊脚は自由運動を行うマニピュレータとみなすこと ができ,Bobrowの手先軌道が確定したマニピュレータ に対する最短時間制御<sup>(4)</sup>を応用できる.まずFig.4と同 様の,式(3)で表される拘束条件を満たす範囲を求める. これをFig.7の斜線部下側とする.この領域で,支持脚 の側で得られた初期点,終端点を結ぶ最短時間軌道を 設計する.まず,初期点Aから最大加速度を出したと きの軌道を描く.同時に終端点Fからは最大減速により 終端に到達する軌道を描く.この2つの曲線がもしも 拘束条件下で交われば,その点が切替点となる.しか し, 交わらない場合, 終端から引いた曲線が境界と交 わる点Eに最大加速で到達する曲線を描く.一方,初期 点からの曲線は,境界にぶつかる直前に点Bで最大減 速に切り替える.このBは,減速中の軌道が境界線と 接するよう探索により見つける.そして,この曲線が 点Eに達する曲線と交わる点Dで再び最大加速に切替 える.これにより,初期点からの曲線と終端からの曲 線が交わり遊脚先の軌道が生成される.



Fig.6 Relationship between velocity  $\dot{s}_0$  and stride T



Fig.7 Time Optimal trajectory for swinging leg

#### 6. 最短時間の脚先軌道生成

ロボットが歩行するには,支持脚と遊脚の切り替え が連続にならなければいけない.そのため,支持脚の 初期条件と遊脚の終端条件が一致し,支持脚の終端条 件と遊脚の初期条件を一致させる必要がある.また, 歩行するように一歩動くときに遊脚の軌道が支持脚の 軌道よりも速くなるように設計しなければいけない.

従来研究<sup>(1)</sup>では,歩行を実現させるための力学的条件より,支持脚相で歩幅が決定されると胴体部の加速 度軌道も一意に決定されることがわかった. 脚先軌道は支持脚,遊脚それぞれの制限を満たした 上で生成されなければならない.手順を以下に示す.

支持脚においてFig.6 のように初期値 *s*<sub>0</sub> を設定 し,歩幅T<sub>0</sub>を決定する.また,そのときかかる時 間をt<sub>1</sub>とする.(胴体速度が大きいほど歩幅は小さ くなる.)

遊脚の初期状態から終端状態までの時間t<sub>2</sub>とする.

 $t_1$   $t_2$ ならば $\dot{s}_0$ と $T_0$ が最速歩行パラメータとなる.

 $t_1 < t_2$ なら $\dot{s}_0$ を小さくし,新たな $\dot{s}_1$ として を満たすまで繰り返す.

## 7. 最短時間歩行の実験

6 章で述べた設計方法で胴体部姿勢を求めた結果, 前後支持脚のトルク配分率 =0.9 において,前脚高さ  $h_f = 110[mm]$ ,胴体部傾き  $b_s = 7[°], 支持脚間距$  $離<math>r_0 = 151[mm]$ にて,最大速度が最も大きくなった.

これらのパラメータを用いると,最適な速度*s<sub>。</sub>と*歩幅がそれぞれ350[mm/s]で歩幅42[mm]と求まった.これらのパラメータを用いて実験を行った.

実験結果を Fig.8 に示す、グラフはそれぞれの脚関節の角度を示している、すべての関節角度はほぼ命令に 追従していることが確認できる、また得られた歩行速 度は 364mm/s で,理論における歩行は成し遂げられた といえる、

## 8. 結 部

四脚歩行ロボットの脚のトルク配分を変更し,最適 なトルク配分での胴体部の加速度等高線を算出し,歩 行範囲内での胴体部発生可能速度の向上を確認した.

得られた結果は先行研究と比較すると約 1.5 倍の速度となったが,実現されている最速歩行と比較すると約 8 割に留まっている.今後の展望として,更なる拘束条件の緩和が必要であると考えられる.そこで,得られている最速歩行の解析を行い,速度向上に影響の大きな拘束条件を抽出し,更なる高速化を目指す.

#### 参考文献

- H.Osumi, S.Kamiya, H.Kato, K.Umeda, R.Ueda and T.Arai, "Time Optimal Control for Quadruped Walking Robots", Proc.IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1102-1108, 2006.
- (2) Ryo Kurazume, Kan Yoneda, and Shigeo Hirose, "Feedforward and feedback dynamic trot gait control for quadruped walking vehicle", Autonomous Robots, Vol. 12, No. 2, pp.157-172, 2002.
- (3) Hiroshi Kimura and Yasuhiro Fukuda, "Adaptive Dynamic Walking of the Quadruped on Irregular Terrain - autonomous adaptation using neural system model -", Proc. The 13th Int. Symp. on Automation and Robots in Construction, pp.113-120, 1996.

- (4) J.E.Bobrow, S.Dubowsky and J.S.Gibson,
   "Time-Optimal Control of Robotic Manipulators Along Specified Paths", Int. J. of Robotics Research, Vol.4, No.3, pp.3-17, 1985.
- (5) J.E.Bobrow, "Optimal Robot Path Planning Using the Minimum-Time Criterion", J.of Robotics and Automation, Vol.4, No.4, pp.443-450, 1988.







(b)Link-f3





(d)Link-r3 Fig.8 Experimental results