

# 四足歩行ロボットの最短時間制御

## Time Optimal Control for Quadruped Walking Robots

長谷川悠史 (中央大) 神谷 昌吾 (中央大) 加藤 博章 (中央大)  
大隅 久 (中央大) 梅田 和昇 (中央大)  
上田 隆一 (東京大) 新井 民夫 (東京大)

Yuji HASEGAWA, Chuo University, hasehase@arc2.mech.chuo-u.ac.jp  
Shogo KAMIYA, Hirokazu KATO, Hisashi OSUMI, Kazunori UMEDA, Chuo University  
Ryuichi UEDA, Tamio ARAI, The University of Tokyo

Time optimal control algorithm for quadruped walking robots is developed and installed into a practical robot. Each leg is modeled as a two link manipulator whose time optimal control theory has already been established by Bobrow. However, in legged robot systems, each leg supports their body weight, and the reaction forces from its ground must be inside of their friction corn. Moreover, the ZMP(zero moment point) of the robot is constrained for stable walk. Therefore, time optimal control inputs are calculated under these constraints. SONY ERS-7 is used as a quadruped walking robot and fundamental experiments are done. From the experimental results, the effectiveness of the developed control algorithm is verified.

Keywords: quadruped walking robot, time optimal control, RoboCup

### 1. 緒言

歩行ロボットの高速移動の実現は、作業効率・危険回避能力の向上やコスト削減の効果を期待することができ、非常に重要な要求の一つである。

本研究においては、歩行ロボットの脚をマニピュレータとみなし、Bobrow らの提案した最短時間制御[1],[2]を応用することにより歩行の高速化を目指している。しかし、歩行ロボットは脚先摩擦限界、転倒問題、接地脚数等の力学条件、また、遊脚と支持脚の連動といった問題があり、マニピュレータとは異なる。よって、歩行ロボットには新たな高速化手法の展開が求められる。

本報では、四足歩行ロボットの最短時間制御の新しい方法を提案する。最初に、四足歩行ロボットのモデル化を行う。また、転倒をせずに歩行するための ZMP に関する条件から、歩行の際の胴体部加速度が簡単に決定されることを示す。最短時間制御の設計法は 3 段階に分けられている。第 3 章では支持脚の最短時間制御の設計法を述べる。次に、第 4 章で遊脚での設計法を述べる。その後、両方の結果を考慮して、四足歩行ロボットの最短時間歩行を得る。制御対象には、SONY 製の四足歩行ロボット ERS-7 を用い、基本的な実験によって、設計された最短時間歩行アルゴリズムの有用性を検証する。

## 2. 四足歩行ロボットの動力学モデル

### 2.1 機械的構造

四足歩行ロボットであるソニー製の ERS-7 “AIBO” の運動モデルを図 1 に示す。図 1 は、支持脚のみが示されており、遊脚は省略されている。胴体部の質量に比べ、各脚の質量は小さいので、遊脚による慣性力の影響は無視できる。参照座標  $\Sigma_w$  は後脚と地面との接触点とする。歩行中はまっすぐ進む

こととするため、2Dモデルを使用する。この平面において各脚は 2 自由度を持つ。歩容には Trot 歩容を選択した。

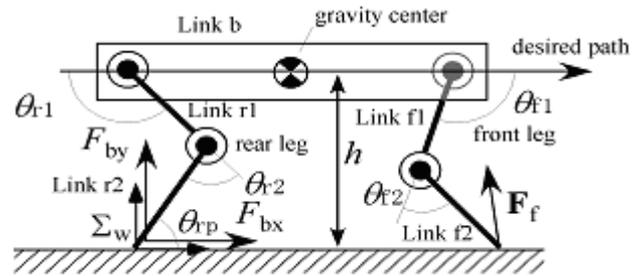
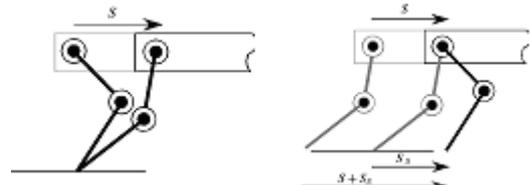


Fig.1 Kinematic model of quadruped walking robot

重心は胴体部と水平な線上にある。胴体部の姿勢は、地面と水平で歩行中に変わらず一定である。支持脚の全ての関節角度は図 2 (a) で表されるように、距離のパラメータ 's' で表される。遊脚においては、図 2 (b) のように胴体部移動距離 s と、脚先端移動距離  $s_s$  で表せる。移動距離 s と  $s_s$  は同じ歩幅 T からなる。



(a) Supporting phase (b) Swinging phase

Fig.2 Desired path and distance parameters 's' and ' $s_s$ '

### 2.2 動力学モデル

図 1 で表されるモデルにおいて、各脚はマニピュレータとみなすことができる。図 2 (a) のような支持脚では、脚先端と地面との接触点は動かない。

支持脚の運動方程式は式 (1) のように表せる。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_{sp} &= \mathbf{H}_s(\dot{\boldsymbol{\theta}}_{sp})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{sp} + \mathbf{h}_s(\boldsymbol{\theta}_{sp}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{sp}) + \mathbf{J}_{sp}^T \mathbf{F}_f \\ &\quad + \boldsymbol{\Gamma}_{sp} \operatorname{sgn}(\dot{\boldsymbol{\theta}}_{sp}) + \boldsymbol{\Gamma}_{spc} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{sp}, \\ \boldsymbol{\theta}_{sp} &= [\theta_{rp} \quad \theta_{r1} \quad \theta_{r2} \quad \theta_{f1} \quad \theta_{f2}]^T \\ \boldsymbol{\tau}_{sp} &= [0 \quad \tau_{r1} \quad \tau_{r2} \quad \tau_{f1} \quad \tau_{f2}]^T\end{aligned}\quad (1)$$

$\mathbf{H}_s$ は慣性行列,  $\mathbf{h}_s$ は非線形項,  $\boldsymbol{\Gamma}_s$ はクーロン摩擦トルク,  $\boldsymbol{\Gamma}_{spc}$ は各モーターの減衰係数行列,  $\mathbf{F}_f$ は地面から前足先端に受ける反力ベクトルを示している. 胴体部の関節は受動関節とみなせるため, トルクは0である.

胴体軌道は水平と考えられ, 各足の関節角度は, 距離's'と胴体部高さ'h'で表せる. 'h'は, 前もって定数として固定される. このとき全ての関節角度ベクトル $\boldsymbol{\theta}_s$ が's'によって決まる.

マニピュレータの地面からのベース反力を $\mathbf{F}_b$ とする.  $\mathbf{F}_f$ と $\mathbf{F}_b$ のx方向成分 $f_{fx}$ と $f_{bx}$ が胴体への推進力となる.  $f_{bx}$ と $f_{fx}$ は歩行中同じものとする.

アクチュエータにはDCサーボモータが使われ, 入力電圧と出力トルクには式(2)のような関係がある.

$$\mathbf{V}_{sp} = \mathbf{K}_E \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{R}_a \mathbf{K}_T^{-1} \boldsymbol{\tau}_{sp} \quad (2)$$

式(2)に式(1)を代入すると $\boldsymbol{\theta}_s$ がsで表せる.

$$\mathbf{V}_{sp} = \mathbf{c}_{sp1}(s)\dot{s} + \mathbf{c}_{sp2}(s, \dot{s}) \quad (3)$$

遊脚はそれぞれ胴体をベースとしたマニピュレータとみなせる. 遊脚の運動方程式は式(3)と同様に求められる.

$$\mathbf{V}_{sw} = \mathbf{c}_{sw1}(s_s)\dot{s}_s + \mathbf{c}_{sw2}(s_s, \dot{s}_s) \quad (4)$$

### 2.3 軌道生成

歩行中, ロボットのZMPは支持脚の接触点を作る多角形の中になければならない. 本研究においてZMPは前後支持脚の中心に制御している. したがって, 重力と慣性力からなるカベクトルはこの中心点を通り, 式(5)のように表せる.

$$\ddot{s} = \frac{g}{h} s \quad (5)$$

一旦支持脚から遊脚への切替点のsと $\dot{s}$ が $s_i$ として決定されれば, 軌道は図4のようにs-s'面において左右対称になる.

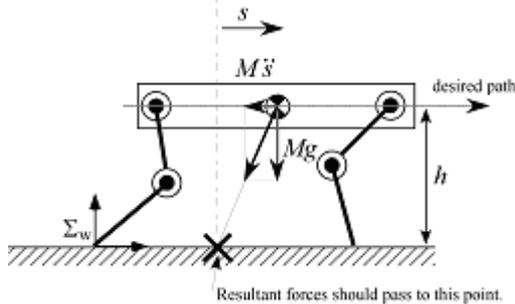


Fig.3 Constraint imposed on ZMP

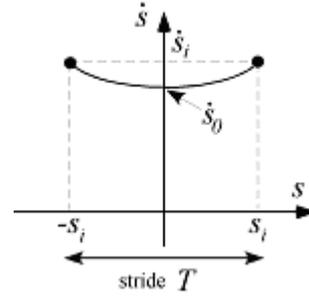


Fig.4 Trajectory shape in s-s' phase plane

## 3. 支持脚の最適時間軌道の設計

### 3.1 s-s' 面における入力と摩擦制約

ある脚先位置での $\dot{s}$ は入力電圧によって制約を受ける.

$$f_{spi}(s, \dot{s}) \leq \ddot{s} \leq g_{spi}(s, \dot{s}), \quad i = f_1, f_2, r_1, r_2, \quad (6)$$

$$f_{spi}(s, \dot{s}) = (V_{spi \min} - c_{sp2i}(s, \dot{s})) / c_{sp1i}$$

$$g_{spi}(s, \dot{s}) = (V_{spi \max} - c_{sp2i}(s, \dot{s})) / c_{sp1i}$$

よって, 加速可能な範囲は式(7)によって与えられる.

$$f_{\max}(s, \dot{s}) \leq \ddot{s} \leq g_{\min}(s, \dot{s}) \quad (7)$$

もし  $f_{\max} > g_{\min}$  なら, 加速, 減速はともに不可能である. s-s' 面の入力電圧制限の境界線は式(8)で表せる.

$$f_{\max}(s, \dot{s}) = g_{\min}(s, \dot{s}) \quad (8)$$

発生可能な加速度は地面と足先の摩擦によって式(9)のような制限をうける.

$$\begin{aligned}(-\mu F_{by} - c_{b1}(s, \dot{s})) / c_{b2}(s) &\leq \\ \ddot{s} &\leq (\mu F_{by} - c_{b1}(s, \dot{s})) / c_{b2}(s), \quad (9)\end{aligned}$$

$$(-\mu F_{fy} - c_{f1}(s, \dot{s})) / c_{f2}(s) \leq$$

$$\ddot{s} \leq (\mu F_{fy} - c_{f1}(s, \dot{s})) / c_{f2}(s)$$

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{c}_{b1}(s)\dot{s} + \mathbf{c}_{b2}(s, \dot{s}),$$

$$\mathbf{F}_f = \mathbf{c}_{f1}(s)\dot{s} + \mathbf{c}_{f2}(s, \dot{s}).$$

さらに, 以下の制限も考慮しなければならない.

$$f_{\max}(s, \dot{s}) < 0 \quad (10)$$

$$g_{\min}(s, \dot{s}) > 0 \quad (11)$$

式(10)は減速, 式(11)は加速可能な範囲を表している. s-s' 面において, ある脚先位置で前足, 後足が出すことのできる最大加速度は, 図5(a)(b)のようになる.

$\ddot{s} = 0$ のときを図6(a)(b)に示す. 図6(a)の実線は式(8), 式(9)によって制約を受ける境界線である. 点線は式(11)によって表される加速限界の境界線である. 領域は大きな外

力なしでは不可能であり、領域は減速可能だが加速不可能な領域である。領域は加減速可能領域である。最適時間軌道は図 6(a)(b)の両方で領域で設計されなければならない。

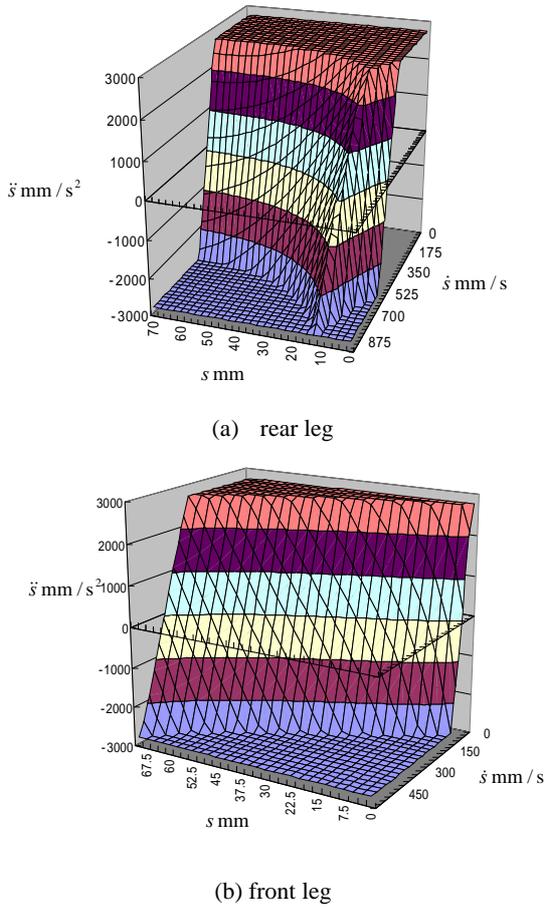


Fig.5 Region in  $s - \dot{s} - \ddot{s}$  space satisfying constraints

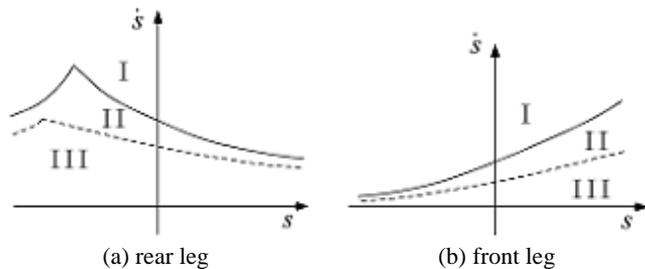


Fig.6 Cross-section in  $s - \dot{s}$  phase plane

### 3.2 $s - \dot{s} - \ddot{s}$ 面での最適時間軌道

軌道は図 5(a)(b)においても領域に含まれなければならない。実際には、図 6 (b) で示された前足による境界線が重要な制約を持つ。したがって、前足による境界線のみ考慮する。

一度  $s = 0$  の速度が決定されると、歩幅  $T$  は、胴体速度が一步でより大きくなるように、できるだけ大きく決定されなければならない。したがって、歩幅は  $s - \dot{s} - \ddot{s}$  面で全ての制約を満たす最大値で決定される。速度  $s = 0$  と歩幅の関係は図 7 に示される。 $s = 0$  のときの最大速度は摩擦による加速制限境界

線である点線上の  $\dot{s}_2$  である。点線の上の領域は減速のみ可能な領域である。また、軌道の左側は減速が必要なため境界線上で速度  $\dot{s}_0 \cdot \dot{s}_2$  が決定できる。このとき最大歩幅は、左右対称カーブをとった図 7 の  $T_2$  のようになる。

もし、歩幅  $T_2$  が小さすぎるなら、移動に要する時間も短くなる。結果として遊脚は目標の初期値に到達できない。したがって、歩幅の決定は遊脚の動きも考慮しなければならない。

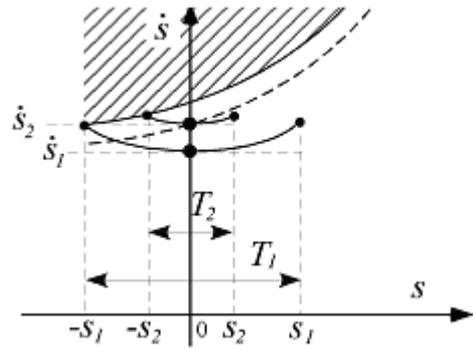


Fig.7 Relationship between velocity  $\dot{s}_0$  and stride  $T$

## 4. 遊脚の最適時間軌道の設計

遊脚の最適時間制御を得る手順は Bobrow らの方法と同じである。遊脚の初期条件  $S_{si}$  と  $S_{fi}$  は 3 章での遊脚の説明より与えられる。遊脚に関しては、ZMP の制約は受けない。そのため Bobrow らと同じ方法で最大加速・最大減速の切替点と時間を見つけることができる。

$s - \dot{s}$  平面で、遊脚の切替点の決め方は図 8 の通りである。初めに初期位置から、最大加速命令を出す。軌道が境界線に達したら、軌道は最大減速で終点に向かえる点まで境界線に沿って進む。移動したら、最大減速で終端位置へ向かう。

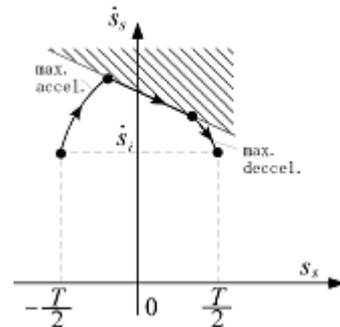


Fig.8 Time optimal trajectory for swinging leg

## 5. 四足ロボットの最適時間設計

3.2 章の内容に関して、 $s = 0$  の速度とできるだけ大きな歩幅決めることが必要である。一方時間は、遊脚が初期状態に戻るために十分に長くないといけない。

したがって、遊脚が初期状態に戻ることが可能な  $s = 0$  の最

大速度を見つける必要がある．以下に方法を示す．

- 1) 図7から  $\dot{s}_0$ ・ $\dot{s}_2$  の速度を定める
- 2) 最大歩幅を得る
- 3) 遊脚の初期状態(図7の軌道の左端)から終端状態(軌道の右端)までの動きにかかる時間を計算する．
- 4) ステップ3)で計算された時間が支持脚に必要な時間に比べて小さすぎるか等しいならば， $\dot{s}_0$  が得られ，その歩幅は最適である．
- 5) ステップ3)で計算された時間が支持脚に必要な時間より長いならば  $\dot{s}_0$  を減らす．
- 6) ステップ2)以降を繰り返す．

### 6．最適時間歩行の実験

以上のことを ERS-7 に適用する．運動・力学パラメータを表1, 2に示す．胴体重量は 1.4kg, 各足は 0.12kg である．

Table 1 Parameters of robot legs

	Joint-b	Joint-f1	Joint-f2	Joint-r1	Joint-r2
$L_i$ [m]	0.130	0.0701	0.077	0.0701	0.077
$M_i$ [kg]	1.42	0.06	0.06	0.06	0.06

Table 2 Parameters of DC servo motors

	Motor-f1	Motor-f2	Motor-r1	Motor-r2
$\tau_{max}$ [Nm]	1.06	1.04	1.06	1.04
$V_{max}$ [V]	7.4	7.4	7.4	7.4

これらのパラメータを用いると，図7の  $\dot{s}_2$  は 264mm/s で最大歩幅は 4mm であった．しかし，この時，遊脚は初期状態に戻れなかったため 264 mm/s は減らされた． $\dot{s}_0$  が 248mm/s で歩幅 21mm のとき，遊脚にかかる時間と支持脚にかかる時間が等しくなった．したがって，これらのパラメータが最適だと考えられる．これらのパラメータを用いて実験を行った．

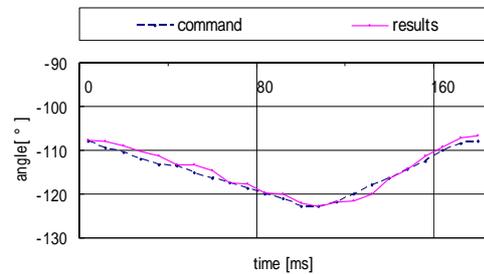
実験結果を図9に示す．表はそれぞれの足の関節角度を示している．多少の差が見られるものの，すべての関節角度は指令命令に類似しているので，理論における歩行は成し遂げられた．速度の理論値との違いは典型的誤差である．脚をより速く制御したとき，遊脚は支持脚に追いつけなかった．これらの結果から最適時間歩行が得られたと結論できる．

### 7．結論

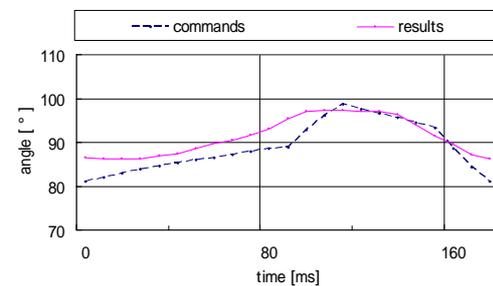
本稿では，歩行ロボットの，アクチュエータ出力限界，脚先摩擦力限界を考慮した歩行の高速化手法を提案した．

手先軌道が決められたマニピュレータの最短時間制御を応用し，得られた加速度軌道で，支持脚，遊脚が歩幅を達成するのに要する最短時間を一致させることで最適歩幅を求めた．

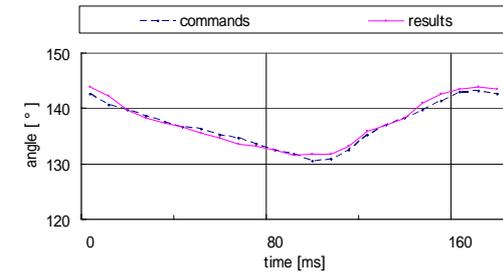
シミュレーションで得られた胴体部軌道，遊脚軌道を用いて実機実験を行い，本手法が有効であることを確認した．



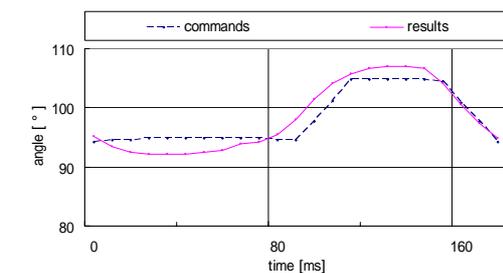
(a) Link f1



(b) Link f2



(c) Link r1



(d) Link r2

Fig.9 Experimental results

### 参考文献

[1] J.E.Bobrow, S.Dubowsky and J.S.Gibson, "Time-Optimal Control of Robotic Manipulators Along Specified Paths", Int. J. of Robotics Research, Vol.4, No.3, pp.3-17, 1985.  
 [2] J.E.Bobrow, "Optimal Robot Path Planning Using the Minimum-Time Criterion", J.of Robotics and Automation, Vol.4, No.4, pp.443-450, 1988.  
 [3] 神谷,大隅,梅田,新井, "4脚歩行ロボットの高速化", 第9回ロボティクスシンポジウム予稿集(2004)pp. 20-25.